

論文の内容の要旨

Large Scale Structures in Plasma Created by Baroclinic Vorticity Generation and Thermal Excitation of Turbulence

(傾圧効果による渦生成と熱的乱流駆動によって生じるプラズマの大規模構造)

川面 洋平

1. 序論

プラズマにおける非線形現象は核融合エネルギー開発のみならず、様々な複雑系に生じる物理現象の理解の上で重要である。非線形現象の中でも特に自己組織化と言われる大規模構造の発現が注目されている。プラズマの中に生じるコヒーレントな“渦構造”は核融合装置においては zonal flow や streamer として観測されプラズマの閉じ込めに重大な影響をおよぼす。本研究ではプラズマの渦構造における傾圧効果による渦生成に注目した。傾圧効果は力学的な渦の生成とは異なり熱運動との結合が要請される点が特徴的である。高温プラズマは強い熱力学的非平衡状態なので傾圧効果による渦生成が大きな効果を持つ。本研究では系を流れる熱流から傾圧効果を通してプラズマがエネルギーを吸い上げ、マクロな流れを作り、熱流に対するインピーダンスを変えるというフィードバックサイクル(熱的駆動)を熱力学的視点と、ドリフト波乱流の具体的な解析から考察した。また熱力学的平衡に近い状態で傾圧効果が効かない場合でも相対論効果によって大規模な渦構造が生じることを示した。

2. 熱的に駆動された自己組織化する乱流におけるエントロピー生成率

まず渦構造が生じるプラズマ乱流における抽象的な熱力学理論の構築を行った。以前提唱された zonal flow 型の自己組織化現象を記述する熱機関モデル[1]を streamer 型の自己組織化を記述するように拡張した。Zonal flow 型は非線形インピーダンスが直列に、streamer 型では並列に接続された回路をアナロジーとするように定式化がなされ、それぞれのモデルの解(動作点)を flux-driven 条件と temperature-driven 条件の境界条件について求めた。得られた解はいずれの場合も温度或いは熱流が閾値を超えると非線形解に分岐することを示しており、熱力学的安定性の解析の結果、非線形解は常に安定であることを示した。それぞれの非線形解についてエントロピー生成率(EPR)を測ったところ、EPR は最大をとる場合と最小を取る場合が、自己組織化のタイプ(zonal flow 型か streamer 型か)及びドライブの仕方

(flux drive か temperature drive か)によって双対的に変化することが分かった。

新しく導入した熱力学ポテンシャル関数 $\Psi(\beta), \Phi(F)$ を用いてこの双対性を説明することができた。これらのポテンシャル関数は Onsager の散逸関数の非線形拡張に相当している。線形系においては $d\Psi(\beta) = d\Phi(F)$ の関係が成立するので EPR の微分は $d(F\beta) = d\Psi(\beta) + d\Phi(F) = 2d\Psi(\beta)$ となり EPR の極値=ポテンシャルの極値となるが、非線形系では最後の等式が成立しないので EPR は変分の対象ではなくなる。従って双対性が生じるのである。EPR は変分の対象でなくなる代わりに $\Phi(F) = \max [F\beta - \Psi(\beta)]$ のように二つのポテンシャル関数の間のルジャンドル変換の母関数となることを示した。

最後に H-mode に特徴的に生じるヒステリシスについて考察した。上で用いた zonal flow 型モデルではヒステリシスを記述することが出来なかったが、次のようにモデルを拡張することでヒステリシスの記述が可能となった。直列接続型モデルでは非線形インピーダンス Z をマクロな流れを駆動するパワー P に比例すると仮定する、すなわち $Z = \eta_0 + \alpha P$ としていたが比例係数が $\alpha(T)$ のように温度に依存することでヒステリシスが生じ得ることが分かった。ヒステリシスが生じる条件は $\alpha(T)$ が温度に関してある一定より大きい勾配を持つことであることも示した。最後にこの提言を Alcator C-Mod における L-H 遷移の実験データを用いて確認することができた。

3. 熱的に駆動されたドリフト波乱流における自己組織化

この章では第 2 章で定式化した抽象的な(メカニズムに依存しない)熱力学理論と具体的なメカニズムとの接続を行った。具体的なメカニズムとして核融合装置中の磁化されたプラズマにおける低周波の静電運動を記述するドリフト波を取り上げた。ドリフト波は Hasegawa-Mima 方程式[2]によって記述されるが、Hasegawa-Mima 方程式は熱運動とは分離されているので、まず傾圧効果を含んだ Hasegawa-Mima 方程式(BHM)の導出を行った。得られた方程式は

$$\begin{aligned} \partial_t(\phi - \Delta\phi) - [\phi, \Delta\phi] + [\phi, s] + (\beta + \alpha)\partial_y\phi - \beta\partial_y s &= 0, \\ \partial_t s + [\phi, s] + \alpha\partial_y\phi &= 0, \end{aligned}$$

となった。 ϕ は静電ポテンシャルの摂動、 s はエントロピーの摂動を示している。これまで多く行われてきたドリフト波の研究では規格化の都合上 β が 1 になっていたが、本モデルでは (α, β) という 2 自由度がある。またこのモデルがハミルトン力学系をなしていることを示すことができた。

次に BHM の非線形数値計算を行った。まず多くのドリフト波乱流の先行研究と同様に境界条件として Dirichlet(孤立系)条件の計算を行った。パラメータ (α, β) が $(1.0, 1.0)$ のときと $(0.21, 1.6)$ の二つの場合の計算を行い、図 1 のように後者のときに zonal flow が発現するこ

とが分かった．また zonal flow の成長にともなって逆カスケードが生じていることが観測できた．このような (α, β) の値によって zonal flow が発現するという発見は本研究が初めてのことである．

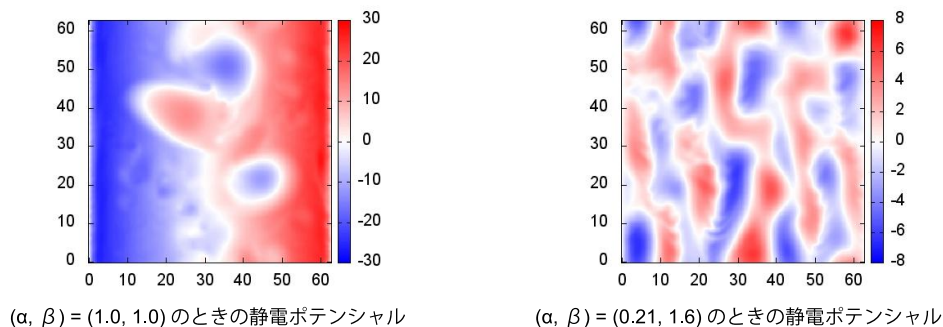


図 1

次に孤立境界条件で系が熱力学的死に向かうようになるために摂動場から背景勾配へのフィードバックがかかるようにした．背景場+摂動場の勾配から改めて (α, β) を計算する．摂動の振幅が背景場と同程度になると背景場+摂動場から求めた勾配が減少し， (α, β) の値が減少し，傾圧効果によるドライブが減少することが分かった．その結果フィードバックのないときと比較してフィードバックのあるときでは終状態における摂動が大きく抑えられる．これによりさらに長時間の計算の後には熱的死へと向かうことが予想される．

最後に熱的ドライブを再現するために境界条件を Dirichlet 条件からランダムな強制振動条件に変更した．これにより境界においてエネルギーが流入出する．計算の結果，摂動場のフィードバックがあっても摂動の振幅はむしろ孤立境界条件より大きくなることがわかった．従って，境界からランダムな場(乱流)の相関として注入されたエネルギーからマクロな流れのエネルギーへの変換が有意に効いていることがわかった．また背景場+摂動場の温度勾配もより大きくなることが観測できた．従ってマクロな流れが熱力学的なインピーダンスを変化させていることもわかった．これらの結果により第 1 章で考えていた熱的駆動はドリフト波乱流においても大きくに機能することが示された．

4. 相対論的時空の歪による渦生成のシミュレーション

以上の章では熱核融合装置における高温プラズマの乱流を想定していた．そのようなプラズマでは熱力学的非平衡性が強く傾圧効果 $\nabla T \times \nabla s$ が十分効いていると考えられる．しかし比較的熱力学的平衡に近い系においても渦構造が発現することが知られている．宇宙における銀河スケールの磁場がその例である．これは傾圧効果によって説明することができない．そこで最近 Mahajan and Yoshida[3]によって提唱された相対論効果による渦生成のメカニズ

ムを直接数値シミュレーションすることで、順圧的な系でも相対論効果によって大規模な渦構造が生じることを示した。数値計算は宇宙論パラメータにおける計算とレーザー実験に適当なパラメータについてそれぞれ行った。宇宙論パラメータでの計算は広大な空間スケール (10^{14}cm) に対して短い計算時間(1s)であるので渦の生成は線形であると考えられる。図 2 は宇宙論パラメータを用いた計算で得られたエンストロフィ(渦の二乗の体積積分)を示している。図 2(B)では相対論効果を人工的に除いている。すなわち図 2(A)が相対論効果とショック近傍の傾圧効果による生成で図 2(B)はショック近傍の傾圧効果のみであることを示している。相対論効果による渦生成は傾圧効果による生成の 100 倍程度であり、予想したように線形発展であることがわかる。また図 3 は生成された渦の強度分布で図 3(B)は図 3(A)の拡大である。ショック近傍に局所化した強い渦生成が観測されるが、その 10 分の 1 程度の渦がグローバルに存在している。これは相対論効果によって生成されたものである。従って順圧的であっても相対論効果によって大スケールの渦構造が生じる。また実験パラメータの計算の結果、10 fs 程度の発展で数 100Kgauss の磁場が生まれることが分かった。

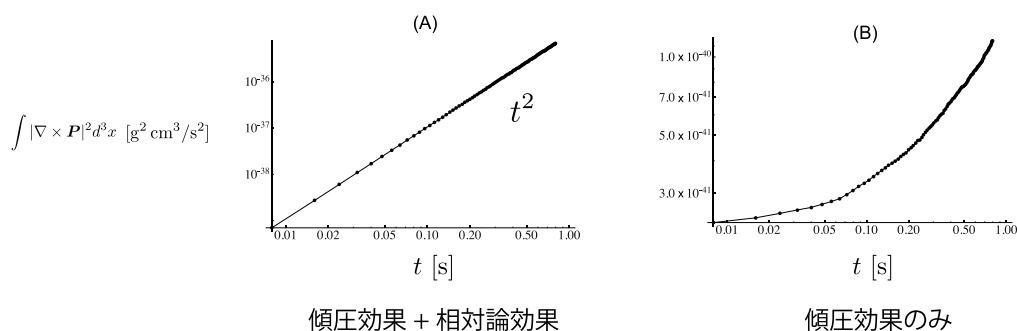


図 2

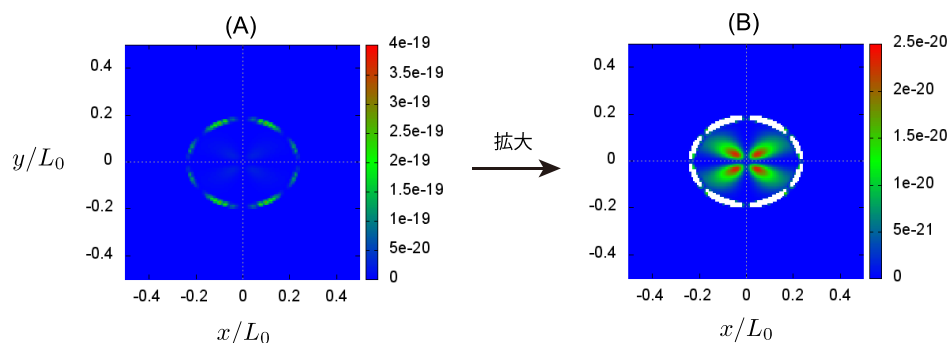


図 3

- [1] Z. Yoshida and S. M. Mahajan, Phys. Plasmas 15, 032307 (2008).
- [2] A. Hasegawa and K. Mima, Phys. Fluids 21, 1 (1978).
- [3] S. M. Mahajan and Z. Yoshida, Phys. Rev. Lett. 105, 095005 (2010).